Gode råd til arbejdet med skriftlig matematik
Skrivemetro – HG

Dette dokument er en redigeret udgave af ”Håndbog i skriftlig matematik stx A-niveau – Gode råd til elever der arbejder med skriftlig matematik stxA - *Skriftlighedsgruppe 01.04.09*”
Som findes på http://uvmat.dk/skrift/SkriftlighedStxAogB/haandbogskrmat010409A.pdf

Forord

Hvordan løser man matematikopgaver? Hvordan kommer man i gang, hvilke metoder er det godt at bruge, hvordan udnytter man sine hjælpemidler, hvordan undgår man fejl, hvordan udformer man sin besvarelse bedst muligt osv.?
Dette dokument indeholder i meget konkret form en række gode råd til elever der arbejder med skriftlig matematik i gymnasiet - både i den daglige undervisning og til eksamen.
Første kapitel indeholder nogle generelle råd om det daglige arbejde og om eksamen. Andet kapitel er organiseret efter emner og indledes med et afsnit om tegn og symboler. Sidste kapitel handler især om den sproglige udformning af skriftlig matematik.
For en beskrivelse af hvordan skriftlige studentereksamensopgaver i matematik A-niveau og B-niveau bedømmes, henvises til dokumentet "Bedømmelseskriterier for skriftlig matematik stx A-niveau - En vejledning for elever" Som der findes et link til i denne skrivemetro.

Indhold

1 Gode råd om arbejdet med skriftlig matematik

1.1 Skriftlig matematik til hverdag

1. Begynd på opgaverne i god tid.

2. Bed din lærer om hjælp. Det er sjovere (og bedre) at få et lille puf og komme igennem opgaven selv end senere at få at vide hvordan man skulle have gjort.

3. Er der en lektiecafé på din skole? Brug den! Det er hyggeligt at sidde sammen med andre og lave opgaverne, og så får man hjælp på stedet hvis man sidder fast.

4. Hjælp hinanden. Men husk at arbejdet ikke skal uddelegeres: alle skal både tænke, regne, forstå, skrive og tegne.

5. Opgaver uden hjælpemidler skal løses uden hjælpemidler. Brug derfor ikke lommeregner og computer når du regner den type opgaver.

6. Har du brug for en formel? Prøv først om du kan huske den eller komme frem til den ud fra et eksempel inden du slår op i formelsamlingen.

7. Rationer din hukommelse. Det er ikke nødvendigt at lære et mylder af forskellige formler udenad. Lær de vigtigste og sats på forståelse.

8. Hvis du har en formelsamling: Lær den at kende, så du ved præcis hvad den indeholder, og hvor du kan slå op.

1.2 Skriftlig matematik til hverdag og ved eksamen

9. Læs opgaveteksten grundigt.

10. Kik på tidligere opgavesæt og besvarelser. Måske har der været en opgave der ligner?

11. Slå op i bøger, noter og notater fra timerne. Find eksempler der ligner.

12. Giv ikke op!

13. Undgå fejl: Det er dit ansvar at dine resultater er korrekte! Der er (næsten) altid flere metoder til løsning af en opgave. Kontroller dine svar ved at tjekke resultatet med en anden metode.

1.3 Skriftlig matematik ved eksamen

14. Tag fat på delprøven med hjælpemidler så snart du er færdig med delprøven uden hjælpemidler. Man kan sagtens gå i gang med at tænke sig om inden man tænder computeren eller slår op i bogen!

15. Opgaverne behøver ikke at blive afleveret i nummerorden. Du bestemmer rækkefølgen. Begynd f.eks. med de opgaver du bedst kan lide, eller dem du ved at du godt kan klare.

16. Hvis du er kørt fast i en opgave: Læg den til side og tag fat på en anden.

17. Hvis du er kørt fast i alle opgaver: Hold en lille pause. Måske kan du endda få lov at gå ud et øjeblik?

18. Inden du afleverer: Tjek lige at du ikke har overset en opgave eller et delspørgsmål. Giv agt: Nogle delspørgsmål består i sig selv af flere delspørgsmål!

19. Gå ikke før tid. Man kan altid gøre tingene bedre. Og det er for ærgerligt at komme i tanker om en fejl som man kunne have opdaget i tide.

2 Gode råd om arbejdet med forskellige opgavetyper

2.1 Men først: Brug af matematiske tegn og symboler

1. Respekt for lighedstegnet! Et lighedstegn angiver at to størrelser (to tal, to udtryk, to punkter, to funktioner, to mængder) er ens.

   Eks: $\sqrt{225} = 15$

   Eks: $(x - y)^2 = x^2 + y^2 - 2xy$

   Eks: Hvis $Cos(A) = \frac{1}{2}$ er $A = Cos^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) = 60°$

   NB! Undgå misbrug: Et lighedstegn kan *ikke* bruges til at forbinde to ligninger.

2. Ved reduktion af udtryk: Husk lighedstegn.

   Eks: $3a \cdot (a - 2b) = 3a^2 - 6ab$

3. En dobbeltpil ⇔ mellem to ligninger/åbne udsagn angiver at de to ligninger/åbne udsagn er ensbetydende (har samme løsningsmængde). Du er velkommen til at droppe pilene og bare skrive hver omformning af ligningen på en ny linje. (Men et lighedstegn kan *ikke* bruges i stedet for en dobbeltpil.)

   Eks: $12x = 4x - 4 \Leftrightarrow 8x = -4 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{2}$

   En enkeltpil ⇒ mellem to ligninger/åbne udsagn angiver at den første ligning/åbne udsagn *medfører* den anden ligning/åbne udsagn. Du er velkommen til at droppe pilene og bare skrive hver omformning af udtrykket på en ny linje. (Men et lighedstegn kan *ikke* bruges i stedet for en enkeltpil.)

   NB! Undgå misbrug: En dobbeltpil (eller enkeltpil) kan ikke bruges som lighedstegn mellem to tal.

4. Husk nødvendige parenteser om negative tal. Undgå sammenstød af regnetegn.

   Eks: $d = (-3)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-5)$

   Eks: $-18 + (-7) + 12 - 4 + 11 - (-2)$

5. Et gangetegn er en prik, ikke et kryds eller en stjerne - heller ikke når du skriver på computer. Og division er en vandret brøkstreg, og ikke kolon eller skrå brøkstreg.

6. Husk parentes om koordinatsæt.

   Eks: Skæringspunktet er (−14, 8)

7. Hvis du benytter tegnene ∧ (og) og ∨ (eller), skal du bruge dem korrekt. Tegnene kan kun bruges mellem (åbne) udsagn.

   Eks: $x = -2 \vee x = 5$ eller skriv $x = -2, x = 5$

   Eks: $x^2 > 9 \Leftrightarrow x < -3 \vee x > 3$
   eller skriv $x^2 > 9 \Leftrightarrow x < -3$ eller $x > 3$

   NB! Undgå misbrug: Tegnene ∧ og ∨ kan ikke bruges mellem to tal eller ord.

8. Ved intervalskrivemåde: Skriv det mindste tal først. Vend intervalparenteserne rigtigt (vendes indad hvis endepunkt med). Vender altid væk fra ∞ og $-\infty$.

   Eks: *f* er voksende i]2; 4], aftagende i [4; 17] og voksende i [17; ∞ [.

9. At *f*(*x*) går mod 3 for x gående mod ∞, kan skrives med ord eller symboler:

   Eks: $f(x) \to 3$ for $x \to \infty$ eller $\lim_{x\to\infty} f(x) = 3$

10. Udnyt gerne de matematiske symbolers styrke til at skrive kort og præcist.

    Eks: $f(5) = 8$ (kort og præcist for "vi indsætter 5 i $f(x)$ og får $f(5) = 8$")

    Eks: $f'(3) = -\frac{1}{2}$ (kort og præcist for "for *x* = 3 er $f'(3) = -\frac{1}{2}$")

11. Husk gradtegn efter gradtal, eller skriv ordet "grader".

    Eks: *C* = 180º − (34,8º + 27,2º)
    Eller *D* = 44,3 grader

12. Skriv rigtige potenser, ikke ˆ .

    Eks: $8^2 = 64$

13. Skriv rigtige tierpotenser, ikke sære udtryk med E, som nogle lommeregnere giver.

    Eks: $1{,}028 \cdot 10^7$

14. Værn om matematikkens reserverede tegn. De har en bestemt betydning og skal ikke bruges til alt muligt andet.

    Eks: At noget både hedder a og |BC|, udtrykkes med et lighedstegn. a =|BC|

15. *PQ* betegner et linjestykke (selve det man tegner), |*PQ*| dets længde (altså et tal).

16. $\angle SRP$ betegner vinklen mellem *SR* og *RP*.

2.2 Regning med bogstavudtryk i hånden

1. Man forkorter (hhv. forlænger) en brøk ved at dividere (hhv. gange) med samme tal i tæller og nævner. Det ændrer ikke brøkens værdi.

   Eks: $\frac{12a}{3a^2} = \frac{4a}{a^2} = \frac{4}{a}$

   Eks: $\frac{1}{7} = \frac{x}{7x}$

2. Det er let at gange brøker med hinanden.

   Eks: $\frac{x}{5a} \cdot \frac{x^2}{3} = \frac{x^3}{15a}$

3. Er det svært at lægge brøker sammen og at trække brøker fra hinanden? Skaf først fællesnævner...

   Eks: $\frac{4a}{p} + \frac{a+2b}{3p} = \frac{12a}{3p} + \frac{a+2b}{3p} = \frac{13a+2b}{3p}$

4. Pas på minusparenteser.

   Eks: $6x - (2x + 7) = 6x - 2x - 7 = 4x - 7$

   . . . Og pas på usynlige minusparenteser!

   Eks: $\frac{t}{3} - \frac{4t-11}{3} = \frac{t-(4t-11)}{3} = \frac{t-4+11}{3} = \frac{-3t+11}{3}$

5. Ved reduktion: Vær omhyggelig. Fald ikke i fælder.

   Eks: $\frac{2t+10}{2} = t + 5$

6. Kvadratet på en toleddet størrelse . . .

   Eks: $(x + 5)^2 = x^2 + 25 - 10x$

   . . . kan bruges begge veje:

   Eks: $y^2 - 6y + 9 = (y - 3)^2$

7. To tals sum gange ...

   Eks: $16b^2 - a^2 = (4b + a)(4b - a)$

8. Potensregneregler!

   Eks: $\left(\frac{2}{x}\right)^2 = \frac{4}{x^2}$

9. Undgå hjemmelavede regneregler. Brug de officielle.

2.3 Ligningsløsning i hånden

1. Omform ligningen trin for trin ved hjælp af tilladte operationer. De enkelte omformninger bør for overskuelighedens skyld skrives på en ny linje. Den ubekendte skal være med i hver omskrivning af ligningen. Mellemregninger skal vises, så man kan følge med i regnerierne.

2. Idé: Flyt rundt på leddene og saml ensbenævnte led.

3. Idé: Kan man bruge nulreglen? Måske ved at sætte noget uden for en parentes først?

   Eks: $t(2t-6)=0$ løses med nulreglen: $t=0, t=3$
   Eks: $3x^2-12x^2=0$
   $\Leftrightarrow\ 3x^2(x-4)=0$
   $\Leftrightarrow\ x=0 \vee x=4$

4. Idé: Gang med samme tal eller udtryk på hver side af ligningen. Hvis den ubekendte står i en nævner, kan det være en god idé at gange igennem med denne nævner.

   Eks: $\frac{2}{x}=10$
   $\Leftrightarrow 2=10x$
   $\Leftrightarrow \frac{2}{10}=x$
   $\Leftrightarrow x=\frac{1}{5}$

   . . .Pas på! Hvis der er flere led, skal hvert enkelt led ganges!

   Eks: $\frac{12}{x}=7-x$
   $\Leftrightarrow 12=7x-x^2$
   $\Leftrightarrow x^2-7x+12=0$ ...

5. Andengradsligninger: Beregn først diskriminanten. Hvis den er negativ, er der ikke mere at gøre. Ellers: Sæt ind i formlen og find løsningen/løsningerne.

6. Forslag: Løs nemme andengradsligninger nemt!

   Eks: $3x^2-21=0$
   $\Leftrightarrow 3x^2=21$
   $\Leftrightarrow x^2=7$
   $\Leftrightarrow x=\pm\sqrt{7}$

7. Fik du alle løsninger med, eller glemte du nogle af dem på vejen? Var der noget med $\pm$?

   Eks: $x^2=9 \quad \Leftrightarrow \quad x=\pm 3$

8. Må man gætte en løsning? Ja, men hvis du gætter, skal du skrive hvordan du kontrollerer dit gæt, og du skal desuden argumentere for at du har fundet alle løsninger.

2.4 Geometri og vektorer

1. Tegn! En figur er vigtig som støtte for din forklaring god hjælp til at løse opgaven. Figuren skal være "principielt korrekt" ud fra de foreliggende oplysninger (f.eks. skal en retvinklet trekant tegnes retvinklet). Angiv de opgivne størrelser på figuren.
   Idé: Brug drawing i Maple, "Paint" eller tegn på papir og indsæt et billede af papiret. Hvis figuren findes elektronisk, kan den "klippes ud", og der kan tilføjes detaljer.
   Man kan også have god hjælp af en håndtegning som kladde til eget brug.

2. Skriv kun opgivne størrelser på en figur. Undlad at skrive talværdier for de størrelse du har beregnet.

3. Forklar de betegnelser du bruger. Skriv f.eks. *h* på tegningen for at vise hvad du kalder *h*. Tegninger og beregninger skal passe sammen. Når du bruger en formel, så brug de bogstaver der passer med din tegning.

4. Pas på: Nogle værktøjsprogrammer skelner ikke mellem store og små bogstaver. Indfør derfor dine egne betegnelser til f.eks. at skelne mellem en side a i en trekant og en vinkel A i samme trekant. Og forklar betegnelserne!

5. Pythagoras er fin, men dur kun i retvinklede trekanter.

6. Trigonometri i retvinklede trekanter: Brug "de små formler" ($cos = \frac{hos}{hyp},\ sin = \frac{mod}{hyp},\ tan = \frac{mod}{hos}$).

7. Får du mærkelige resultater? Tjek lige at du har indstillet på grader (ikke radianer), dvs. har du husket at hente Gym-pakken (*with(Gym)* i math-mode) og har du husket at skrive Cos, Sin og Tan med stort begyndelsesbogstav.

8. Advarsel, 'sinusfælden': Stol ikke på sinus når du beregner vinkler. Måske er der to løsninger! Måske har du fundet en spids vinkel, men det er den stumpe vinkel, der skal benyttes, eller måske er der to løsninger, både en spids og en stump vinkel.

9. Brug evt. et geometriprogram til at konstruere figuren efter korrekte konstruktionsprincipper, og beskriv konstruktionen. Bemærk: Det er tilladt herefter at løse resten af opgaven ved at udnytte programmets faciliteter til at beregne ukendte størrelser, idet resultaterne angives med en passende nøjagtighed i henhold til opgavens sammenhæng. Husk at en nøjagtig konstruktionsbeskrivelse skal følge med.

Særligt til A-niveau:

10. Vektorer i planen: Tegn på papir! Det er en god kontrol (det er godt til eget brug men behøver ikke nødvendigvis indsættes i opgaven).

11. En vektor er en vektor. Længden af en vektor er et tal.
    Eks: Vektorerne $\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix}$ og $\vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ er forskellige, men deres længder er ens: $|\vec{a}| = |\vec{b}|$.

12. Vektorer er vektorer, og punkter er punkter. Vektorer kan lægges sammen og trækkes fra hinanden. Det kan punkter ikke.

13. Skab overblik: Skriv koordinatsæt for vektorer lodret $\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ og koordinatsæt for punkter vandret (2,3)

(i Maple skrives: $\langle 2, 3 \rangle$ og outputtet bliver $\begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$ hvilket er helt fint)

14. Koordinatsæt for en vektor $\overrightarrow{PQ}$: Slutkoordinater minus startkoordinater.

    Eks: For $P(3, 2, -4)$, $Q(7, 1, 0)$ er $\overrightarrow{PQ} = \begin{pmatrix} 7-3 \\ 1-2 \\ 0-(-4) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ 4 \end{pmatrix}$

15. Vinkel mellem vektorer: Udnyt skalarprodukt.

16. Skæring mellem noget der er givet ved en parameterfremstilling (en linje), og noget givet ved en ligning (i rummet: en kugle eller en plan; i planen: en cirkel eller en anden linje): Indsæt parameterfremstillingen i ligningen. Find den/de relevante parameterværdi(er) ved at løse den fremkomne ligning. Indsæt den/de fundne parameterværdi(er) i parameterfremstillingen.

17. Vinkler mellem planer/linjer i rummet: Forklar hvad du beregner og hvorfor.

18. Er disse vektorer ortogonale?
    I planen og i rummet: Ja, hvis deres skalarprodukt er 0.

19. Er disse vektorer parallelle?
    I planen: Ja, hvis deres determinant er 0.
    I planen og i rummet: Ja, hvis de er proportionale.

20. Arealet af en trekant *ABC* er halvdelen af arealet af parallelogrammet udspændt af $\overrightarrow{AB}$ og $\overrightarrow{AC}$.
    Areal af et parallelogram udspændt af to vektorer:
    I planen: Den numeriske værdi af determinanten.
    I rummet: Længden af krydsproduktet.

2.5 Beregninger og ligningsløsning med værktøjsprogram

1. Matematik går forud for teknik! Opskriv ligningen - og løs den derefter i Maple.

2. Overvej om dine variable skal afgrænses. Måske søger du kun løsninger inden for et bestemt interval. Det kan Maple tage højde for ved at du indskriver afgrænsningen, brug evt. *intervalsolve* fra Gym-pakken.

   Eks: Ligningen $x^3 - 5x + 3 = 0$ løses inden for de positive tal med værktøjsprogram og begrænsning $x > 0$ (skriv evt. kommandoen). Du får vist de to relevante løsninger (og, som ønsket, ikke den tredie, som ikke opfylder kriteriet).
   I gympakken: *intervalsolve(*$x^3 - 5x + 3 = 0, x = 0..\infty$)

   Eks: Trekantsberegninger: Sæt begrænsningen $0 \leq A \leq 180^\circ$ hvis du finder *A* ved at løse en ligning, f.eks. med sinusrelationen.

   Idé: Hvis løsningerne se mærkelige ud i Maple kan man med fordel sætte et punktum på en af talværdierne i ligningen, så kommer løsningerne frem som decimaltal. Du kan undgå komplekse løsninger (dem med I) ved at brug kommandoen *with(RealDomain)* før du løser ligningen eller ved *intervalsolve.*

4. Pas på: Afrund ikke undervejs i en opgave; afrundingsfejlene kan hobe sig op og give unøjagtighed til sidst. Lad Maple holde styr på dine variable med fuld nøjagtighed indtil allersidste øjeblik.

5. Angiv resultater i konklusionen eksakt eller med en passende afrunding. Afrund korrekt og til et passende antal decimaler/betydende cifre. Hvad er passende? Det afhænger af opgaven! Læg bl.a. mærke til hvor mange decimaler/betydende cifre der er i de opgivne størrelser.

Særligt A-niveau:

6. Trigonometriske ligninger i forbindelse med trigonometriske funktioner: Husk radianer, dvs. at sin og cos skal skrives med lille begyndelsesbogstav i Maple! Og husk evt. afgrænsning af interval (*intervalsolve* fra Gym-pakken).

   Eks: Ligningen sin $x = 0.5$ i intervallet $0 \le x \le 2\pi$, løses i Maple med angivelse af begrænsning ved kommandoen:
$$intervalsolve(\sin(x) = 0.5, x = 0..2\pi)$$

2.6 Statistik

1. Ved bestemmelse af median og kvartiler for et observationssæt: Vær opmærksom på at der er flere metoder.

2. Pas på: Median ("midterste observation") og middeltal (gennemsnit) er ikke det samme.

3. Tegning af boksplot ud fra et observationssæt: Bestem først mindste observation, største observation, nedre kvartil, øvre kvartil og median, eller brug et maple der kan tegne boksplot direkte ud fra observationssættet.

4. Ved histogrammer og sumkurver: Skriv tallene på deres rigtige pladser på førsteaksen. Førsteaksen skal altså være en ganske almindelig tallinje.

   Eks: Skriv tallene 200, 400, osv. på talaksen (intervallerne er dermed bestemt)

5. En sumkurve tegnes ud fra de kumulerede frekvenser. Hvis de kumulerede frekvenser ikke er opgivet, må du først beregne dem og indskrive dem i en tabel.

6. Sumkurver: Begynd korrekt. I det første interval stiger frekvensen fra 0 i venstre endepunkt.

7. Når en påstand skal kommenteres, skal det gøres ved brug af statistiske begreber.

   Eks: Stikprøve: De ting eller personer der rent faktisk undersøges (eller besvarer spørgsmålene eller . . .). Population: Den samling ting eller personer som undersøgelsen hævder at udtale sig om. Systematiske fejl (bias) og skjulte variable: Kendte eller ukendte forhold som, på forudsigelig eller ikke forudsigelig måde, indvirker på undersøgelsen således at der ikke med rimelighed kan konkluderes fra stikprøven til populationen.

2.7 Funktioner og grafer, modellering af variabelsammenhænge

1. Hvis du tegner i hånden: Husk en pil på hver koordinatakse. Pilen angiver den positive retning. Angiv enheder. Et enkelt 1-tal på hver akse er nok.

2. Graf med værktøjsprogram: Vælg passende vindue og akseformatering, så alle væsentlige egenskaber ved funktionen vises grafisk. Hvad der er væsentligt, afhænger af opgaven (f.eks. monotoniforhold, ekstrema, nulpunkter, evt. asymptoter). Der er flere måder at vælge vindue på i maple.

   Grafiske aflæsninger og beregninger skal passe sammen. Men husk hvis noget kan beregnes, skal det beregnes ikke aflæses. Dog kan du kontrollere dit beregnede resultat ved at aflæse på grafen.

3. Lineær vækst: $y = a \cdot x + b$ (her er a hældningskoefficient , og b er ”begyndelsesværdi”)

   Eks: Hvis f er en lineær funktion med $f(5) = 8$ og $f(6) = 12$, så er $f(7) = 16, f(8) = 20$ osv. (for hver gang der lægges 1 til x, stiger y med tallet $a = 4$).

4. Eksponentiel vækst: $y = b \cdot a^x$ (her er a fremskrivningsfaktoren , og b er ”begyndelsesværdi”)
   Ved eksponentiel vækst: Fald ikke i den lineære fælde!

   Eks: Hvis f er en eksponentiel udvikling med $f(5) = 8$ og $f(6) = 12$, så er $f(7) = 18, f(8) = 27$ (for hver gang der lægges 1 til x, skal y ganges med faktoren $a = 1{,}5$).

5. Fordoblings- eller halveringskonstant for eksponentielle udviklinger: Vælg den mest velegnede formel.

   Eks: Fordoblingskonstanten for $f(x) = 877 \cdot 1{,}1443^x$ er $T_2 = \frac{\ln(2)}{\ln(1{,}1443)} \approx \ldots$
   Halveringskonstanten for $f(t) = 29{,}1 \cdot \mathrm{e}^{-0{,}0053t}$ er $T_{\frac{1}{2}} = \frac{\ln(2)}{0{,}0053} \approx \ldots$

6. Pas på ved procentiske ændringer: Stigning eller fald?

   Eks: Fremskrivningsfaktoren er 1,032. Det svarer til en stigning på 3,2 %.

   Eks: Til et fald på 8 % svarer fremskrivningsfaktoren 0,92.

   Og husk: "Frem og tilbage er ikke lige langt" .

   Eks: Prisstigning fra 200 kr. til 250 kr. : stigning på 25 %.
   Prisfald fra 250 kr. til 200 kr. : fald på 20 %.

7. Potensvækst: procent/procent-vækst.

   Eks: $f(x) = b \cdot x^a$; hvis x vokser med faktoren 1,27 (dvs. til 1,27·x), vokser y med faktoren $1{,}27^a$

8. Lineær regression/ eksponentiel regression/ potensregression: I maple kan Gympakkens regressioner anvendes og husk alle datapunkter. Angiv tabelværdierne (evt ”klip” disse ind). Fortæl hvad du bruger som uafhængig og afhængig variabel. Fortæl hvilken regressionstype du anvender samt hvilket værktøjsprogram. Advarsel: "a" og "b" er ikke standardbetegnelser!

2.8 Differentialregning og modellering med f'

1. Ved differentiation i hånden: Brug regneregler for differentiation! Vælg den rigtige regel og brug den rigtigt (sumreglen, differensreglen, konstantfaktorreglen, produktreglen, reglen for sammensat funktion).

2. Ved differentiation i hånden: Differentiér nemme funktioner nemt.

Eks: $f(x) = 3 \cdot \sin(x)$, $f'(x) = 3 \cdot \cos(x)$

3. Differentiation med værktøjsprogram: Forklar hvis nødvendigt værktøjsprogram-notation (måske kan dit værktøjsprogram ikke skrive $f'(x)$ eller $\frac{df}{dx}$).

4. En tangent er en linje. I ligningen for en linje indgår (som oftest) et *x* og *y* og et lighedstegn.

   Eks: Ligningen for tangenten er altså $y = 2x - 7$.

5. Monotoniforhold for en funktion *f*. Differentiér *f*. Løs ligningen $f'(x) = 0$. Undersøg fortegn for $f'(x)$eller henvis til graf. Husk konklusion med ord! Op- og ned-pile er ikke nok.

   Eks: *f* er voksende i $]-\infty; 3]$ og i $[10; \infty[$ og *f* er aftagende i $[3; 10]$.

6. Bestemmelse af maksimum/minimum for en funktion *f*: Differentiér *f*. Løs ligningen $f'(x) = 0$. Overvej: Er der maksimum, minimum eller ingen af delene? Argumentér ud fra fortegn for $f'(x)$ eller ved henvisning til graf.

7. Væksthastighed og tolkning af differentialkvotienter: Tænk på enheder, det hjælper tit.

   Eks: Tallet $f'(17) = -2{,}8$ fortæller at væksthastigheden til tiden $t = 17$ timer er $-2{,}8$ cm/time, dvs. at lige netop efter 17 timers forløb falder vandstanden med 2,8 cm i timen.

2.9 Integralregning

1. Matematik går forud for teknik! Hvis du får brug for et integral, skal det opskrives med sædvanlig matematisk notation inden du går i gang med at udregne det.

2. Ved beregning af areal: Forklar hvilket areal du beregner (f. eks. ved at skravere på en figur). Ukendte grænser skal beregnes først.

3. Areal mellem to grafer beregnes lettest som ét samlet integral. Husk at gøre rede for hvilken graf der ligger øverst, f.eks. ved at henvise til en figur.

4. Ved stamfunktionsbestemmelse med værktøjsprogram: Forklar nødvendig værktøjsprogram-notation (måske skelner dit værktøjsprogram ikke mellem *f* og F).

Særligt A-niveau:

5. Integration ved substitution (ved integration "i hånden"): Gør slemme integraler til nemme integraler.
   Ved bestemte integraler: Husk at skifte grænser.
   Ved ubestemte integraler: Husk at tilbagesubstituere til sidst.
   Undgå mix af variable (f.eks. *x* og *t*) i samme integral.

2.10 Differentialligninger Særligt A-niveau:

1. Løs nemme opgaver nemt. En tangentligning for en løsning kan klares uden at løse differentialligningen.

2. Er denne funktion løsning til denne differentialligning? Undersøg det ved at gøre prøve, og gør det

tydeligt. Konkluder: "Ja, den er løsning" eller "Nej, den er ikke løsning".

3. Matematik går forud for teknik! Opskriv differentialligningen i sædvanlig matematisk notation inden du løser den med løsningsformel eller værktøjsprogram. Det skal fremgå om du løser ligningen generelt eller med en given begyndelsesbetingelse (afhænger af opgavens indhold).

4. Opstilling af differentialligninger: Nærlæs teksten og oversæt til matematik. Vær opmærksom på ord som "væksthastighed", "proportional med", "differensen mellem", "forholdet mellem" .

3 Gode råd om skriftlig fremstilling i matematik

3.1 Opsætning

1. Udnyt siden/papiret fornuftigt! Stil besvarelsen overskueligt op, så man som læser let kan følge med. Bemærk: Grundskolens ideal, den trespaltede opstilling, er sjældent den bedste til gymnasieopgaver. Brug gerne hele sidens bredde til en lang forklaring eller til en udregning med mange trin.

2. Til håndskrivning / prøven uden hjælpemidler: Skriv læseligt og tydeligt, ikke gnidret og svagt. Brug gerne blyant, så er det let at lave ændringer. Skal noget rettes, så gør det ordentligt: Visk det forkerte helt ud inden du skriver det rigtige, eller streg det forkerte tydeligt over og skriv rettelsen ved siden af.

3. Regn gerne videre på et udtryk i samme linje. Det giver overblik og sparer plads.

   Eks: $a = \frac{2-14}{-5-(-8)} = -\frac{12}{3} = -4$

4. Til håndskrivning / prøven uden hjælpemidler: Undgå misforståelser og fejllæsninger: Skriv brøkstreger, lighedstegn og regnetegn i samme niveau. Pas især på at et tal ved siden af en brøk ikke sniger sig ind under brøkstregen.

5. Overvej: Hvordan flettes tekst, beregninger og figurer bedst?

3.2 Fagsprog og fagudtryk

1. Brug de korrekte fagudtryk

   Eks: Udtrykket *reduceres*

   Eks: Brøken *forkortes*

   Eks: Tallet 2,397741 afrundes til to decimaler: 2,40

   Eks: Funktionen er *voksende*/*aftagende*

   Eks: Tangentens *røringspunkt* er ...

   Eks: *Fremskrivningsfaktoren* er 1,034 og *vækstraten* er derfor 3,4 %

   Eks: *Funktionsværdi*

Eks: *Udtrykket* $30 + 12\mathrm{e}^{-0,4x}$ består af to *led*. Leddet $12\mathrm{e}^{-0,4x}$ er et *produkt* af to *faktorer*.

Eks: Arealet af firkant ABCD er *summen* af arealerne af trekant ABC og trekant ADC.

Eks: *Differensen* mellem kaffens temperatur T og rummets temperatur T_0 er $T - T_0$.

Eks: *Forholdet* mellem den nye pris P og den oprindelige pris P_0 er $\frac{P}{P_0}$.

Eks: Formlen $A = \pi r^2$ udtrykker cirklens areal A *som funktion af* dens radius r.

2. Udtryk dig præcist.

   Eks: En funktion har en *forskrift* (den har ikke en ligning).

   Eks: En tangent har en *ligning* (den har ikke en forskrift).

   Eks: *Grafen* for en funktion kan have en tangent (men det har selve funktionen ikke).

   Eks: En *funktion* kan være voksende, aftagende, monoton, konstant, kontinuert, differentiabel (men det kan en graf ikke være).

   Eks: En *funktion* kan gå mod ∞ eller have et maksimum (men det kan en graf ikke).

   Eks: En *parabel* har et toppunkt (det har andre grafer ikke, men de kan have steder med vandret tangent).

3. Stav korrekt. Sådan staves disse ord:

   Eks:
   Positiv. Negativ. Differens.
   Parentes. Reduktion, at reducere. Ligning.
   En variabel, flere variable. Proportional, proportionalitetskonstant. Lineær. Pythagoras.
   Hypotenuse. Rektangel, kvadrat. Parallel, parallelle, parallelogram. Stump vinkel.
   Koordinater, koordinatsæt, koordinatsystem. En graf, grafen. Asymptote.
   Definitionsmængde.
   Hældningskoefficient.
   Differentialkvotient. At differentiere. Et ekstremum, flere ekstrema. Monoton, monotoniforhold.
   Et integral, at integrere.
   Eksponentiel vækst, eksponentielt voksende/aftagende funktion, eksponentialfunktion.
   Lineær regression, eksponentiel regression, potensregression.
   Et polynomium, flere polynomier. Parabel.
   Symmetrisk.
   Rationale tal, reelle tal.
   Kumuleret frekvens. Kvartil.
   Parameter.
   Kladde. Bilag.
   Projektion, at projicere. Skalarprodukt.
   Substitution. Logistisk vækst.

Dette dokument er som nævnt i starten i meget store træk det samme som skriftlighedsgruppen producerede 01.04.09, dog er dokumentet ændret en smule og Maple er nogle steder blevet en mere integreret del af forklaringerne.

For det originale dokument, se
http://uvmat.dk/skrift/SkriftlighedStxAogB/haandbogskrmat010409A.pdf

Helsingør Gymnasium forår 2016, HS, MN